Önműködően vezérelt számológépek

SZÉKELY-DOBY SÁNDOR

1. A digitális számológépekről általában

A Magyar Technika 8. évf. 9. száma szép összefoglalásban tájékoztatta olvasóit az egyre nagyobb jelentőségre szert tevő matematikai gépekről. Egészen természetes, hogy a matematikai gépek iránti érdeklődés mind tudományos, mind műszaki oldalról állandóan nő, hiszen a matematika egyre nagyobb tért hódít minden tudományágban. A matematikának a műszaki tudományokkal való kapcsolata különösen a legutóbbi években fejlődött ki nagymértékben ; ezzel a fejlődéssel kapcsolatos az a jelenség, hogy a kutatók és a tervezők hosszú időt kénytelenek eltölteni *numerikus* számításokkal. A matematikának ez a térhódítása sürgetővé teszi hazánkban is olyan berendezés megtervezését, amely tudósainkat és mérnökeinket megkíméli azoktól az időtrabló numerikus számításoktól, melyeknek az eddig alkalmazásban lévő mechanikus, sőt villamos meghajtású mechanikus számológépek segítségével történő megoldása is csak részleges könnyítést jelentett. Egy új számolóautomata üzembehelyezését nagyon elősegíti az a körülmény, hogy a *Tudományos Akadémia Alkalmazott Matematikai Intézetének* megalakulása óta az ország egész területén felvetődő matematikai feladatok nagyrészt egy helyre futnak be, s így ez a központosítás lehetővé teszi a felállításra kerülő első hazai *önműködően vezérelt számológép (számolóautomata)* gazdaságos kihasználását.

Az új számolóautomata megtervezését megelőzően néhány alapvető kérdést kell tisztázni. Az eddig üzembehelyezett számolóautomaták igen eltérő kivitelben készültek ; kapacitásukat, működési sebességüket, alkalmazási körüket és ezzel együtt természetesen árukat is a géppel szemben támasztott követelmények szabták meg. Hazai viszonylatban a számolóautomatákkal kapcsolatos kérdések két alapvető feladat köré csoportosulnak :

1. *Elektromechanikus számolóautomata* megtervezése és üzembehelyezése, mely kapacitás és működési sebesség tekintetében az első időben várható igényeket kielégíti.

2. *Nagyteljesítményű elektronikus számolóautomata* előkészítő kísérleteinek lefolytatása, melynek tapasztalatai és eredményei alapján megtervezhető lesz a jövő igényeit kielégítő számolóautomata.

Nem kétséges, hogy a fejlődés iránya az *elektronikus berendezések* felé mutat, mégis igen sok szempont szól amellett, hogy az első megépítésre kerülő hazai számolóautomata *elektromechanikus* kivitelű legyen. Ezek a szempontok a következők :

a) Egyelőre még egy központi helyen felállított számolóautomata igénybevétele sem teszi szükségessé azt a nagy sebességet, amelyet kizárólag az elektroncsöves berendezések tudnak biztosítani ;

b) az elektromechanikus berendezések alkatrészei szinte egytől-egyig a távbeszélőközpontokban *már évtizedek óta üzemben lévő és tömeggyártásban készülő* alkatrészek, amelyek műszaki adatai teljesen ismertek, és amelyekről hosszú idők üzemi és gyártási tapasztalatai állnak rendelkezésre. Ezek az ismeretek már a kezdeti tervek kidolgozásánál is felbecsülhetetlenek ;

c) mivel az összes alkatrészek az eddig kidolgozott tömeggyártásba minden változtatás nélkül beleilleszthetők, az ilyen szabványalkatrészekből összeállított gép üzembehelyezése a tervezést követő *rövid időn belül* megtörténhet ;

d) a nagyteljesítményű számolóautomaták *teljes kihasználása* csak az üzembehelyezést követő egy-két év múlva történhetnék meg, mivel egy számolóautomata üzembentartására jól képzett és nagy gyakorlattal rendelkező kezelő és karbantartószemélyzet szükséges. Így tehát a személyzet kiképzése miatt is indokolt először egy olcsóbb, kisebb teljesítményű gép üzembehelyezése, mely ezenfelül kiválóan alkalmas arra, hogy esetleges hibái és hiányosságai egy jövőben építendő nagyteljesítményű számolóautomata megtervezésénél alapvető támpontokat nyujtsanak ;

e) az elvégzendő feladatok géppel történő közlését és a végeredménynek a számtablóra való kivetését, illetőleg a villamos nyomtatógép működtetését mind mechanikus alkatrészek végzik, melyek elektromechanikus berendezéshez egyszerűbben illeszthetők, mint elektroncsöveshez.

2. Elektromechanikus számológépek sebessége

A gép kapacitásának és az ügyes programmozásnak a sebességre való kihatásával később fogunk foglalkozni ; a következőkben kizárólag a gép konstrukciójától függő sebességviszonyokról adunk képet. Az elvégzendő műveletek időtartama természetesen igen nagy mértékben függ a gép *számjegykapacitásától*, vagyis attól, hogy a számítás folyamán hány jegyű számokkal kívánunk foglalkozni. A legtöbb gyakorlati és elméleti számítás elvégezhető *12 számjegynyi pontossággal*, így a következőkben ezt fogjuk irányadónak tekinteni. A későbbiekben részletesen ismertetjük a kettes számrendszert, most csak annyit említünk meg róla, hogy a legújabb számolóautomaták szinte kivétel nélkül *kettes* számrendszerben dolgoznak ; így a tizesszámrendszerbeli 12-jegyű számok helyett a következőkben a kettesszámrendszerbeli 40-jegyű számokat fogjuk számításunk alapjául tekinteni. (A $10^{12} \simeq 2^{40}$ közelítő egyenlőség ad tájékoztatást arról, hogy a 12-jegyű tizesrendszerbeli szám kettesrendszerbeli megfelelője 40-jegyű).

Az egyes számítási alapműveletek időtartamának hozzávetőleges kiszámításához szükségünk van a *legkisebb működési fázisok* időtartamának ismeretére. Az elektromechanikus számológép legnagyobb tömegben alkalmazott szerelvénye a *jelfogó* ; ennek a működési idejét — ez a legnagyobb biztonsággal számítva sem több 20 millisec.-nál — fogjuk a legrövidebb működési fázisnak tekinteni.

a) *Összeadás*

Ez a legegyszerűbb és legrövidebb idő alatt elvégezhető alapművelet ; elsősorban vizsgáljuk meg a papíron történő összeadás szokásos lebonyolítását. Az összeadást úgy végezzük el, hogy a legkisebb helyértékű számoszloptól kezdve az egyes számoszlopokat egymás után sorban összeadjuk. Az egyik számoszloptól a szomszédos számoszlopra való áttérésnél az átviteli maradékot vagy fejben kell tartani vagy esetleg fel kell jegyezni. A műveleti idő csökkentését úgy érhetjük el, hogy minden helyértékű számoszlophoz külön számolót rendelünk, aki összegezi saját számoszlopát, átveszi az alacsonyabb helyértékű szomszédos számolótól annak átviteli maradékát és a saját átviteli maradékát továbbítja az eggyel magasabb helyértékű számoszlopot összegező társa felé. A maradékátvitel már a közönséges számológépeknél is bizonyos külön szerkezeti elemeket tesz szükségessé és azonfelül megnyújtja a műveleti időt. Jól szemlélteti ezt az alábbi kirívó példa :

$$\begin{array}{r} 000{,}000{,}000{,}001 + \\ 999{,}999{,}999{,}999 \\ \hline 1{,}000{,}000{,}000{,}000 \end{array}$$

ahol a két összeadandó összegének meghatározásánál a maradék-átvitelhez szükséges idő meghaladja az egyes számoszlopok összegezési idejét. Ennek a többletidőnek az elkerülésére alkalmazzák a korszerű elektromechanikus számológépeknél az „*egyidejű maradékátadást*", melynek segítségével az összeadás ideje egyetlen jelfogó működési idejére csökkenthető.

b) *Kivonás*

Az önműködően vezérelt számológépeknél a kivonást általában az összeadásra vezetjük vissza, oly módon, hogy a kivonandó *komplementer (kiegészítő)* számát hozzáadjuk a kisebbítendőhöz. Bármely szám komplementerjén az a szám értendő, mely ez illető számot — 12 jegy feltételezése esetén — 1,000,000,000,000-ra egészíti ki. Tehát pl. 1789 komplementerje:

$$0{,}999999{,}998211$$

s az 1954—1789 kivonás így hangzik:

$$\begin{array}{r} 0{,}000000{,}001954 + \\ 0{,}999999{,}998211 \\ \hline 1{,}000000{,}000165 \end{array}$$

Ha a gép 12 számjegyre van szerkesztve, a legelső számjegy már a számjegykapacitáson kívül esik, s így az utolsó sorban valóban a kívánt különbséget nyerjük.

c) *Szorzás*

A szorzást a számolóautomata — hasonlóan a mechanikus számológépekhez — ismételt összeadásra vezeti vissza, ilymódon 12-jegyű szám szorzása hasonlóval (kettes számrendszerben) 40 összeadás idejét veszi igénybe. Az egész szorzás ideje tehát 20 msec-os jelfogó működési idővel számolva $40 \times 20 = 800$ msec. Megjegyzendő, hogy az egyes részletszorzatok kiszámítását párhuzamosan több gépegység is végezheti, ezzel a szorzási idő 0,5 mp alá is csökkenthető.

d) *Osztás*

Az osztás sorozatos kivonásra vezethető vissza. A legbonyolultabb numerikus alapművelet, ugyanis egyetlen lépése több mozzanatból áll: a részletosztandó és az osztó összehasonlítása, a részlethányados meghatározása, visszaszorzás és kivonás. Ez a négy mozzanat négy jelfogó működési idejét kívánja, így a hányados egyetlen számjegyének meghatározása $4 \times 20 = 80$ msec-ra tehető. A 12 számjegynyi pontossággal végzendő osztás teljes műveleti időtartama tehát (kettes számrendszerben 40-jegy.!) $40 \times 80 = 3200$ msec $= 3{,}2$ mp. Az osztás viszonylagos lassúságát enyhíti az a körülmény, hogy lényegesen kevesebb alkalommal van rá szükség, mint az első pillantásra becsülhető. Példaként hivatkozunk a szögfüggvények és exponenciális függvény sorbafejtésére, melynél a kijelölt osztások nem egyebek, mint a faktoriálisok reciprokértékével elvégzendő szorzások, ezzel például a *sin x* függvény *Taylor-sora* :

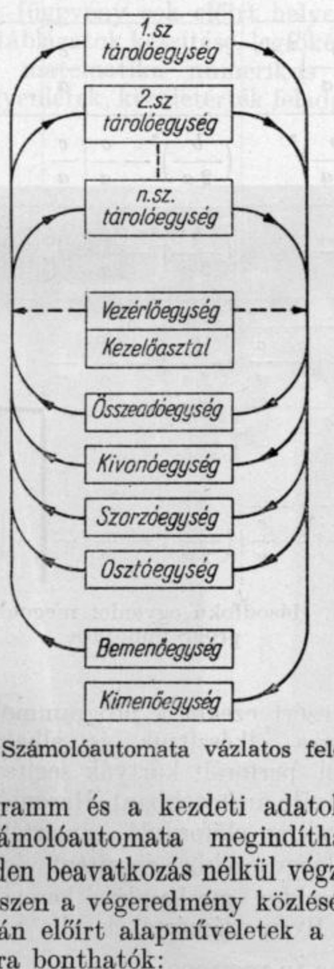
$$\sin x = x - \frac{x^3}{3\,!} + \frac{x^5}{5\,!} - \frac{x^7}{7\,!} + \frac{x^9}{9\,!}$$

fenti tagok figyelembevételével nem 9 szorzás, 4 osztás és 4 összeadás, hanem 13 szorzás és 4 összeadás segítségével számítható ki adott x-értéknél, tehát körülbelül fele annyi idő alatt, mint első pillanatban szükségesnek látszik.

Megjegyezzük, hogy az itt közölt adatok csupán a számolóautomaták egy fajtájára vonatkozó becslések; nagyságrendileg azonban az elektromechanikus berendezések sebességére jó tájékoztatást adnak.

3. Műveleti utasítás készítése

A következőkben rövid tájékoztatást adunk arról, hogy a kezelőre milyen feladatot ró egy előírt számítás előkészítése. Ennek érdekében elsősorban röviden ismertetjük a számolóautomaták vázlatos felépítését. Az 1. ábrán feltüntetett gépegységek minden számolóautomatán *kivétel nélkül* megtalálhatók. A feladatnak a géppel történő közlése két lényeges részből áll: a kezelőnek egyrészt közölnie kell a géppel az elvégzendő műveletek sorrendjét (programmozás), másrészt a számítás alapját képező numerikus számadatokat. Előbbit a vezérlőegység részére akár *kézi beállítás*, akár *perforált, esetleg mágneses szalag* segítségével kell rendelkezésre bocsátani, utóbbiak a *bemenő-egységen* keresztül jutnak a részükre kijelölt tárolóegységekbe. A *tárolóegységek* rendeltetése nemcsak a kezdeti értékek, hanem a közbenső részeredmények rögzítése is.



1. ábra. Számolóautomata vázlatos felépítése.

A programm és a kezdeti adatok beadása után a számolóautomata megindítható; ettől kezdve minden beavatkozás nélkül végzi a számításokat, egészen a végeredmény közléséig. A számítások során előírt alapműveletek a következő mozzanatokra bonthatók:

a) és *b)* A kezdeti értékek vagy a már meghatározott részeredmények kivétele a műveleti utasításban megadott tárolókból, és átvitele a műveleti (operációs) egységekbe.

c) Az előírt művelet végrehajtása.

d) Az elvégzett művelet végeredményének átvitele a programm szerint kijelölt tárolóegységbe.

Ezenkívül mint külön, de nem feltétlenül előforduló műveleti lépés megemlíthető a rögzített számadatoknak a tárolóegységből való törlése.

Az alábbiakban egy egyszerű feladat kapcsán bemutatjuk a *programmozás* módját: Legyen a feladat két párhuzamosan kapcsolt R_1 és R_2 ellenállás eredőjének kiszámítása a jólismert

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

képlet alapján. R értékének kiszámítása — a számológéptől függetlenül is — a következő lépésekből áll: ki kell számítani a két ellenállás szorzatát, majd összegét, végül az így nyert két részeredmény hányadosát képezni. Foglaljuk össze táblázatosan az így felsorolt részletműveleteket, feltüntetvén, hogy az egyes részeredményeket mely tárolóegységekben kívánjuk rögzíteni. Az ilymódon előkészített műveleti utasítást a 2. ábra mutatja; a vízszintes sorokban az egyidejűleg rögzített számértékek találhatók.

1. sz. tároló	2. sz. tároló	3. sz. tároló	4. sz. tároló	Kimenő-egység
R_1	R_2	—	—	—
R_1	R_2	$R_1 \cdot R_2$	—	—
R_1	R_2	$R_1 \cdot R_2$	$R_1 + R_2$	—
R_1	R_2	$R_1 \cdot R_2$	$R_1 + R_2$	$\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

2. ábra. Számítási terv R_1 és R_2 párhuzamosan kapcsolt ellenállás eredőjének kiszámítására 4 tárolóegységgel

E táblázat szerint a gépnek a programm keretében a következő utasításokat kell adni:

1. Az 1. sz. és a 2. sz. tárolóegységben rögzített számok átviendők a szorzóegységbe, elvégzendő a szorzás, majd a kapott szorzat átviendő a 3. sz. tárolóegységbe.

2. Az 1. sz. és 2. sz. tárolóegységben rögzített számértékek átviendők az összeadóegységbe, elvégzendő az összegezés, majd a kapott összeg átviendő a 4. sz. tárolóegységbe.

3. A 3. sz. és 4. sz. tárolóegységben rögzített számértékeket át kell vinni az osztóegységbe, elvégezzük az osztást, és a végeredményt tesszük át a kimenőegységbe.

Megjegyezzük, hogy a bemenő és kimenő egységek a feladat beadására és a végeredmény közlésére alkalmas berendezéseken kívül tartalmazzák a számrendszerváltó berendezést is, mely a feladat kiindulását képező adatokat 10-esről 2-es számrendszerre, a végeredményt pedig ellentétesen átszámítja.

A számítási terv elkészítése igen nagy körültekintést igényel; ügyes számítási terv segítségével rövidíthető a számítás ideje, ill. csökkenthető a szükséges tárolóegységek száma. Csupán érdekesség kedvéért bemutatjuk, hogy az előbbi számítás — lényegesen több lépésben, tehát hosszabb idő alatt — elvégezhető három tárolóegység igénybevételével is (3. ábra). Az egyes lépések az előzővel megegyező módon értendők, a reciprokképzés az osztóegységen bonyolítható le.

1. sz. tároló	2. sz. tároló	3. sz. tároló	Kimenőegység
R_1	R_2	—	—
R_1	R_2	$\frac{1}{R_1}$	—
—	R_2	$\frac{1}{R_1}$	—
$\frac{1}{R_2}$	R_2	$\frac{1}{R_1}$	—
$\frac{1}{R_2}$	—	$\frac{1}{R_1}$	—
$\frac{1}{R_2}$	$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$	$\frac{1}{R_1}$	—
$\frac{1}{R_2}$	$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$	$\frac{1}{R_1}$	$\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}$

3. ábra. Párhuzamos ellenállások eredőjének számítása 3 tárolóegység igénybevételével.

Következő példaként programmozzuk a másodfokú egyenlet megoldását a jólismert megoldási képlet alapján:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ha az egyes lépéseket kielemezzük, kimutatható, hogy a megoldási képletnek a kevésbbé megszokott

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}$$

alakja kevesebb lépést és kevesebb tárolóegységet igényel. Ez a feladat bonyolultabb a párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredőjének számításánál, mivel a négy alapműveleten felül még négyzetgyökvonást is tartalmaz. A számolóautomaták a négyzetgyökvonást általában szintén a négy alapműveletre vezetik vissza, sorfejtés vagy iteráció segítségével. Ha tehát a másodfokú egyenlet megoldását kívánjuk programmozni, kiderül, hogy a programm legterjedelmesebb része a négyzetgyökvonás előírása volna. Az ilyen, gyakran előforduló műveletnek alkalmanként történő programmozása a kezelőnek igen súlyos megterhelést

1. sz. tároló	2. sz. tároló	3. sz. tároló	4. sz. tároló	Kimenőegység
a	b	c	—	—
a	b	c	$\frac{c}{a}$	—
a	b	—	$\frac{c}{a}$	—
a	b	$2a$	$\frac{c}{a}$	—
—	b	$2a$	$\frac{c}{a}$	—
$\frac{b}{2a}$	b	$2a$	$\frac{c}{a}$	—
$\frac{b}{2a}$	—	—	$\frac{c}{a}$	—
$\frac{b}{2a}$	$\left(\frac{b}{2a}\right)^2$	—	$\frac{c}{a}$	—
$\frac{b}{2a}$	$\left(\frac{b}{2a}\right)^2$	$\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}$	$\frac{c}{a}$	—
$\frac{b}{2a}$	—	$\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}$	—	—
$\frac{b}{2a}$	$\sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$	$\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}$	—	
$\frac{b}{2a}$	$\sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$	$\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}$	—	$-\frac{b}{2a}+\sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$

4. ábra. Másodfokú egyenlet megoldásának programmozása

jelentene, ezért ezeket a programmokat egyszersmindenkorra elkészítjük és alkalmas módon tároljuk (pl. perforált kártyák segítségével külön e célra szolgáló kartotékban). Hasonlóképen drága volna a gyakran előforduló számértékeket esetenként tárolóegységekbe rögzíteni, így ezeket is alkalmas módon mechanikus berendezéssel rögzíthetjük. Ilyen számértékek pl.:

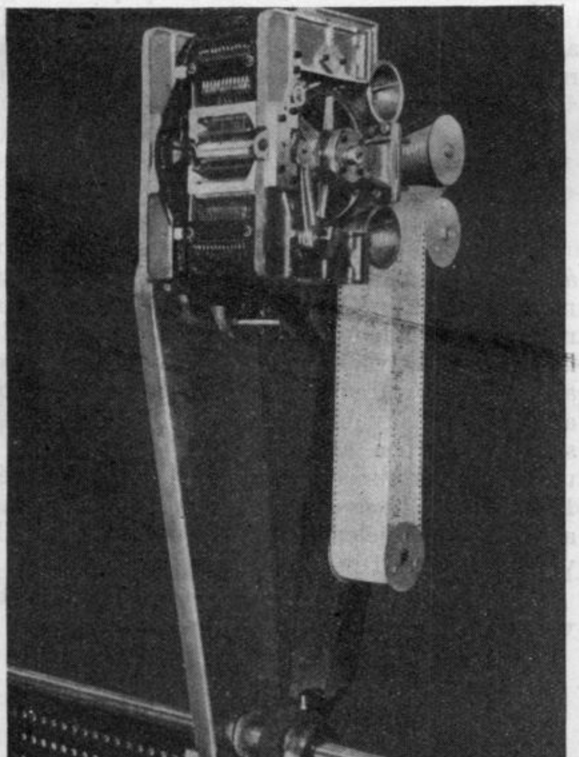
$1,2,3,4,5,6,8,10,100,1000,\pi,e,\ \log e,\ \ln 10,\ \sqrt{2},$ stb.

Ezeknek felhasználásával a reciprokképzésnél nem kell az 1-et külön tárolóegységben rögzíteni, hanem azt a mechanikus sablonról másoljuk át az osztóegység osztandó oldalára; hasonlóképen felhasználhatjuk a másodfokú egyenlet megoldásánál szereplő $b/2a$ kiszámítására a mechanikus sablon segítségével rögzített 2-es számot. A másodfokú egyenlet programmozása tehát a 4. ábra szerint alakul, a négyzetgyökvonást csupán egyetlen lépésnek kell feltüntetni, mert annak műveleti előírásait a számolóautomata már egyszersmindenkorra előkészített gyökvonásprogramm szerint ezen előírás alapján önműködően állítja össze.

Az 5. ábrán bemutatjuk egy elektromechanikus számolóautomata szalagletapogató berendezését, mely akár a kezdeti értékek, akár a programmszalag leolvasására alkalmas.

4. A számolóautomaták legfontosabb alkalmazási területei

Az előzőkben bemutatott feladat-megoldások csupán szemléltető példák. A számolóautomaták legjellegzetesebb alkalmazási területe oly feladatok megoldása, melyek során azonos vagy legalább hasonló műveletsorozatokat kell egymásután igen sokszor ismételni. Ilyenek elsősorban a magasabbfokú és transzcendens egyenletek gyökeinek meghatározása közelítő számításokkal, adott függvény sok előírt helyen történő kiszámítása, táblázatok készítése, legfőképen pedig a magasabb matematika numerikus feladatai: differenciálegyenletek, kerületérték feladatok megoldása stb.



5. ábra. Szalagletapogató berendezés.

Példaként oldjuk meg az

$$x^3 - 2x - 2 = 0$$

harmadfokú egyenletet *iteráció* segítségével. Ez az eljárás abban áll, hogy az egyenletben szereplő x értékeket egymással nem feltétlenül egyenlő mennyiségnek tekintjük és egyiket kifejezzük a másik segítségével, pl.:

$$x = \sqrt[3]{2x + 2}$$

Most választunk egy x_0 közelítő megoldást s ezt az x_0 értéket a fenti egyenlet jobboldalába helyettesítve, annak baloldalán megoldandó egyenletünknek egy újabb közelítő gyökét nyerjük. Ezt az eljárást ismételve az

$$x_1 = \sqrt[3]{2x_0 + 2}$$

$$x_2 = \sqrt[3]{2x_1 + 2}$$

$$x_3 = \sqrt[3]{2x_2 + 2}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

sorozat az adott harmadfokú egyenlet egyik gyökét egyre jobban megközelíti.

Fenti harmadfokú egyenlet megoldását 12 tizedesnyi pontossággal körülbelül 30 iterációs lépés után kapjuk meg, ezalatt a számolóautomatának 30 összeadást, 30 szorzást és 30 köbgyökvonást kell elvégeznie. Ismét a műveleti utasítás készítőjének ügyességén múlik, nem talál-e az adott feladat megoldására hamarabb célravezető eljárást. Az itt bemutatott harmadfokú egyenlet például rövidebb úton megoldható, ha az x-szel végigosztott

$$x^2 - 2 - \frac{2}{x} = 0$$

egyenletből x-et az alábbi módon fejezzük ki:

$$x = \sqrt{2 + \frac{2}{x}}$$

Ennek alapján végezve az iterációt, az egyenlet gyökét 12 tizedesnyi pontossággal már körülbelül 20 lépésben megkapjuk s ezalatt a számolóautomatának 20 összeadást, 20 osztást, és 20 négyzetgyökvonást kell végeznie. Amellett, hogy ez a számítás az előzőnél lényegesen kevesebb lépést igényel, egyszerűbb is annál, mivel a kényelmetlen köbgyökvonást sikerült elkerülni. Ezzel a programmozással az egyenlet 12 tizedesnyi pontossággal történő megoldása 2—3 percre tehető.

A várható iterációs lépések számának meghatározása természetesen csak előzetes tájékozódás céljait szolgálhatja, a feladat tényleges megoldása úgy történik, hogy a kezelő beállítja az iterációs lépések programmját s ezt a gép mindaddig ismétli, míg két egymásután számított közelítés különbsége előírtan kicsinnyé válik. Ezt a tényt egy külön erre a célra szolgáló összehasonlító egység végzi, mely a kellő pontosság elérésekor a gépet leállítja és közli a kezelővel a végeredményt.

5. Néhány szó a kettes számrendszerről

A kettes számrendszer alkalmazása számolóautomatáknál azért előnyös, mert a két lehetséges számjegy jelzésére a kétállapotú szerkezeti elemek használhatók fel.

A nálunk ma egyeduralkodó tizes számrendszer szükségtelenné teszi, hogy az átlagember tanulmányozza a tizestől eltérő alapszámú számrendszereket. Pedig a művelődéstörténet tanúsága szerint egyes régi primitív népeknél igen elterjedt az ötös, huszas és hatvanas alapszámú számrendszer, ezek maradványai még ma is megtalálhatók nyelvi emlékekben. A kettes számrendszerrel kapcsolatos első írásos emlékek az ókori Kínából származnak; első megfejtőjének, *Leibniznek* az érdeklődését annyira felkeltette ez az addig ismeretlen számrendszer, hogy erre vonatkozó tanulmányaihoz élete folyamán ismételten visszatért. A kettes számrendszer alapelvét egyik barátjához intézett 1794-ben kelt levelében a következőképen ismerteti:

„Sok évvel ezelőtt az aritmetikának egy új fajtáját gondoltam ki, mely a transzcendens analízisnek nem remélt segédeszköze lehet. Még nem publikáltam, mivel a bemutatása tulajdonképpen nem látszott szükségesnek, mégis szeretném, ha ismernéd. Ezt az aritmetikát *binárisnak* vagy *diádikusnak* hívom a dekádikus kifejezést utánozván, ugyanis miként mások tíznek, úgy én kettőnek a hatványait használom s ezáltal nincs más számjegyre szükségem, mint 0-ra és 1-re, miként azt láthatod a csatolt táblázatban, melyet bárki tovább tud folytatni.[1] (6. ábra.)

0	0
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15
10000	16

6. ábra. Leibniz táblázata a kettes számrendszer megvilágítására

Példaként írjuk át 1709-et kettes számrendszerbe! Mint ismeretes, 1709 a következő kifejezésnek tömör szimbóluma: $1\cdot1000 + 7\cdot100 + 0\cdot10 + 9\cdot1$, vagy 10 hatványaival kifejezve:

$$1\cdot10^3 + 7\cdot10^2 + 0\cdot10^1 + 9\cdot10^0.$$

Az átalakítás végrehajtása érdekében először állítsuk össze a kettes számrendszer „kerekszám"-ait; ez nem egyéb, mint a *Leibniz*-féle táblázat megfelelően kivonatolt folytatása (7. ábra).

1	$1 = 2^0$
10	$2 = 2^1$
100	$4 = 2^2$
1000	$8 = 2^3$
10000	$16 = 2^4$
100000	$32 = 2^5$
1000000	$64 = 2^6$
10000000	$128 = 2^7$
100000000	$256 = 2^8$
1000000000	$512 = 2^9$
10000000000	$1024 = 2^{10}$

7. ábra. A kettes számrendszer „kerek" számai

Első lépésként állítsuk elő az 1709 számot kettes számrendszerbeli kerekszámok összegeként:

$$1709 = 1024 + 512 + 128 + 32 + 8 + 4 + 1.$$

Most írjuk fel ugyanezt 2 hatványai segítségével:

$$1709 = 2^{10} + 2^9 + 2^7 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0 =$$
$$= 1\cdot2^{10} + 1\cdot2^9 + 0\cdot2^8 + 1\cdot2^7 + 0\cdot2^6 +$$
$$+ 1\cdot2^5 + 0\cdot2^4 + 1\cdot2^3 + 1\cdot2^2 + 0{,}2^1 + 1\cdot2^0$$

Ez utóbbi kifejezést a tizes számrendszernél megszokott tömör szimbólummá foghatjuk össze:

$$1709 = 11010101101$$

A kettes számrendszer fogalmának ismeretében nem lesz nehéz feladat az alapműveletek elvégzése. Vonjunk párhuzamot tizes és kettes számrendszerben elvégzett számítások között, ezek kapcsán vizsgáljuk azokat az előnyöket, melyeket a kettes számrendszer nyújt.

Oldjunk meg egy egyszerű összegezési feladatot először tizes, majd ugyanezt kettes számrendszerben:

185 +	10111001 +
53	110101
238	11101110

Tizes számrendszerben az utolsó oszlopban álló számpárt összegeztük először, majd az azt megelőzőt. Ennél a $8 + 5 = 13$ összeg 9-nél nagyobbnak adódott, tehát az összeg megfelelő helyértékű helyére 3-at írtunk, a többletként adódó 10-et maradékul vittük át 1-es alakjában az eggyel nagyobb helyértékű helyre. Kettes számrendszerben az eljárás teljesen hasonló, az utolsó helyértéknél végezzük el az összegezést: $1 + 1 = 10$, az összeg utolsó számjegye tehát 0, a többletként jelentkező 10-et egy helyértékkel vittük előbbre 1-es alakjában stb.

A kivonás is teljesen a tizes számrendszerben végzett művelet analógiájára végezhető, pl.:

1953	11110100001 —
1709	11010101101
244	11110100

Tizes számrendszerbeli szorzásnál elengedhetetlen az ú. n. „*kis egyszeregy*" ismerete, mely — beleszámítva még a nullával való szorzást is — 100 szorzatnak a fejbentartását kívánja. Ezzel szem-

[1] *Leibniz* azt remélte, hogy diádikus aritmetikája segítségével többek között π előállítására talál egyszerű eljárást a 3,14... kettes számrendszerbeli megfelelőjében feltételezett szakaszos ismétlődések révén.

ben a kettes számrendszer teljes szorzótáblája a következőképen alakul:

$$0\cdot 0 = 0 \qquad 1\cdot 0 = 0$$
$$0\cdot 1 = 0 \qquad 1\cdot 1 = 1$$

Bemutatunk egy szorzást is példaként:

```
 23·13        10111 · 1101
 23           10111
  69           10111
 299            00000
                  10111
              100101011
```

Mint látható, utóbbinál a részletszorzatok vagy azonosak a szorzandóval, vagy csupa zérusból állnak. A részletszorzatok meghatározása tehát csupán másolási munka.

Az osztásnál méginkább megmutatkozik a kettes számrendszer előnye a tizes számrendszerrel szemben. Nézzük példaként a következő osztást:

```
2491 : 53 = 47    100110111011:110101 = 101111
 371              110001
   0               1100011
                    1011100
                     1001111
                      110101
                           0
```

Míg a tizes számrendszerben a hányados minden egyes számjegyének meghatározásánál ki kell értékelni, vajjon az osztó hányszor foglaltatik a részletosztandóban, addig kettes számrendszerben a mennyiségi kiértékelés helyett csupán *minőségi vizsgálatra* van szükség, t. i., hogy az osztó kisebb, vagy egyenlő, ill. nagyobb-e, mint a részletosztandó. Előző esetben a hányados 1, utóbbiban 0.

A következőkben érdemes külön foglalkozni a négyzetgyökvonással, melyet a számolóautomaták általában közelítő eljárás segítségével szoktak lebonyolítani. A négyzetgyökvonásnak a tizes számrendszerben megszokott módja teljesen hasonlóan átvihető a kettes rendszerbe is; különösen figyelemreméltó, hogy a négyzetgyökvonásnak a jólismert numerikus számítási eljárása kizárólag kettes számrendszerben szabatos.[2])

Példaként számítsuk ki 169 = 10101001 négyzetgyökét. A tizes számrendszerben végzett négyzetgyökvonáshoz hasonlóan itt is először a számot a „kettedes pont"-tól számítva kettős csoportokra bontjuk s meghatározzuk az első csoport közelítő gyökét; majd ennek négyzetét levonjuk:

```
√10,10,10,01 = 1
—1
 1
```

A legalsó sorban megjelenő maradékhoz most hozzácsatolandó a következő csoport, s ez osztandó az eddigi részeredmény kétszeresével. Egy szám kétszeresét kettes számrendszerben úgy nyerjük, hogy az illető szám után 0-t írunk. Az előző lábjegyzetben közölt levezetés alapján ez után még egy 1-t írva, számítási eljárásunk teljesen szabatos.

Összefoglalva tehát: a gyök bármely számjegyének meghatározása abban áll, hogy az addigi részeredmény után 01-et írunk, ezzel elosztjuk a pillanatnyi maradékot, ez a hányados szolgáltatja a gyök következő számjegyét; a hányadossal visszaszorzunk és elvégezzük a kivonást teljesen a tizes számrendszerben megszokott módon. Tehát:

```
√10,10,10,01 = 1101
—1
  1,10 : 101 = 1
—1 01
    0,10 : 1101 = 0
  — 0 00
      1,10,01 : 11001 = 1
    — 1 10 01
            0
```

[2] Ennek az igazolására tudni kell, hogyan történik tizes számrendszerben a keresett négyzetgyök bármelyik számjegyének a meghatározása. Legyen a szám, melyből négyzetgyököt kívánunk vonni P és a 10^n helyértékig már meghatározott gyök Q, akkor:

$$(Q\cdot 10^n)^2 \leqq P < [(Q+1)\cdot 10^n]^2$$

A (10^{n-1}) helyértékre kerülő x számjegy meghatározása

$$[(10\cdot Q + x)\cdot 10^{n-1}]^2 \leqq P$$

segítségével történik azzal a feltevéssel, hogy x^2 elhanyagolható:

$$(100\cdot Q^2 + 20\cdot Q\cdot x + x^2)\cdot 10^{2n-2} \leqq P\,;$$

illetve

$$(100\cdot Q^2 + 20\cdot Q\cdot x)\cdot 10^{2n-2} \leqq P\,;$$

ebből

$$x \simeq \frac{P - Q^2\cdot 10^{2n}}{2\cdot Q\cdot 10^{2n-1}}$$

Legutóbbi képlet azt fejezi ki, hogy a négyzetgyök soronkövetkező számjegyét a pillanatnyi maradéknak az addigi részeredmény kétszeresével történő osztása révén nyerjük. A számítás során az x^2 elhanyagolása kellemetlenséget okozhat, melyet a következő példán mutatunk be:

```
√2,98 = 1
1 98 : 2 = 9
```

A megszokott eljárás szerint számítva a gyök második számjegye 9-nek adódik 7 helyett.

A 9-es számjegy helytelen voltáról úgy győződhetünk meg, hogy az osztó után leírva a 9-est, majd az így adódó 29-et szorozva meg a 9-essel, a visszaszorzásnál 198-nál nagyobb számot kapunk:

```
√2,98 = 1
1 98 : 29·9
—261 sok!
```

Kettes számrendszerben a soronkövetkező számjegyet következetesen 1-nek feltételezzük s ezt írjuk az osztó után. Ez nyilván helyes akkor, ha a feltevésünk igaz. Ha azonban a soronkövetkező számjegy zérus, nem követünk el hibát azáltal, hogy az osztó után 0 helyett 1-est írtunk, hiszen zérussal kell visszaszoroznunk s így a hibásan feltételezett szám úgyis eltűnik.

Ez a számítási eljárás a számolóautomata szempontjából azért különösen figyelemreméltó, mert nem kíván hosszabb időt, mint az osztás, és lebonyolítása az osztóegységen elvégezhető.

Itt említjük meg, hogy ha bármely számnak bármely tört kitevőre való hatványozása kívánatos, az sorozatos négyzetgyökvonásra vezethető vissza; a számítás programmját a kettes számrendszerben felírt kitevő szolgáltatja. (V. ö. Kommerel: Das Grenzgebiet d. elementaren u. höheren Math.)

6. Számrendszerváltás

Miután bemutattuk azokat a számítási előnyöket, melyeket a kettes számrendszer alkalmazása nyújt, vizsgáljuk meg hátrányait is. A kettes számrendszerben minden alapművelet lényegesen egyszerűbb, a tárolóegységek kevesebb emlékező szervet igényelnek, a műveleti idők rövidebbek, mint tizes rendszerben, ezzel szemben minden feladat elején és végén el kell végezni az *átszámítási* műveleteket.

Az átszámítás lebonyolítására legegyszerűbbnek látszik az amúgyis nélkülözhetetlen, szorosabb értelemben vett számolóegységek felhasználása. A számolóautomata segítségül vesz ehhez két táblázatot, mely mechanikusan rögzíti az 1—9 számok, valamint a tizes számrendszerbeli kerekszámok kettesrendszerbeli megfelelőjét. (8. ábra.) Ezek segítségével pl. 1954 kettes számrendszerbeli megfelelőjét a következő műveletsorozat útján állíthatjuk elő:

$$
\begin{aligned}
1954 &= 1\cdot 1000 + 9\cdot 100 + 5\cdot 10 + 4 = \\
&= 0000000001\cdot 1111101000 + \\
&+ 0000001001\cdot 0001100100 + \\
&+ 0000000101\cdot 0000001010 + \\
&+ 0000000100\cdot 0000000001 = \ldots
\end{aligned}
$$

Könnyen belátható, hogy egy 12-jegyű tizes számrendszerbeli szám átszámításához 12 szorzás és 12 összeadás szükséges, vagyis az átszámítás időtartama 6—8 mp-re tehető. A visszaszámítás valamivel hosszadalmasabb, tekintve, hogy ott szorzás helyett osztás szerepel minden egyes számjegy meghatározásánál.

A számolóautomaták általában ennek az elvnek az alapján végzik a számrendszerváltást.

0000000001	1
0000000010	2
0000000011	3
0000000100	4
0000000101	5
0000000110	6
0000000111	7
0000001000	8
0000001001	9
0000001010	10
0001100100	100
1111101000	1000 stb.

ábra. Segédtáblázatok a számrendszerváltáshoz

A következőkben bemutatunk egy módszert, mely — külön erre a célra készült számítóegység segítségével — lehetővé teszi 12-jegyű szám rövidebb idő alatt történő átszámítását. A 9. ábrán bemutatjuk 1954 kettes rendszerre történő átszámításának menetét. A számítás mindegyik lépése 2-vel történő osztás, a hányadost az eredeti szám alá, a maradékot a függőleges vonaltól jobbra írjuk. Ha a felezések során a baloldalon álló számok eltűntek, a függőleges vonaltól jobbra lévő számok alulról felfelé olvasva a keresett szám kettesrendszerbeli megfelelőjét adják. A visszaszámítás teljesen hasonló, de felezés helyett minden lépés kétszerezést tartalmaz (10. ábra).

1954	0
977	1
488	0
244	0
122	0
61	1
30	0
15	1
7	1
3	1
1	1

9. ábra. 1954 átszámítva : 11110100010

Visszaszámításnál először a függőleges vonaltól balra írjuk fel a kettes számrendszerbeli számot — ezúttal felülről lefelé — majd elvégezzük soronként a kétszerezést, hozzáadva mindenütt a baloldalon álló számjegyeket.

1	0001
1	0003
1	0007
1	0015
0	0030
1	0061
0	0122
0	0244
0	0488
1	0977
0	1954

10. ábra. 11110100010 visszaszámítása

Ez a számítási eljárás gépi úton úgy végezhető el, hogy két tizes számrendszerbeli tárolóegységet kapcsolunk össze, melyek a bennük rögzített számot felezve tudják áttölteni a másik tárolóegységbe; ilymódon a 12 jegyű szám teljes átszámítására 40 áttöltés szükséges.

7. A számítások ellenőrzése

Igen súlyos követelmény mindenféle számológéppel szemben a *feltétlen megbízhatóság*. Viszonylag könnyű teljesíteni ezt a feltételt a *mechanikus* összeadó, ill. szorzógépeknél, amelyeknél helytelen eredményt a mechanikus kényszerkapcsolatok miatt nem is kaphatunk; a hibás eredmények a számológép elhasználódásával kapcsolatos jelenségek. Egészen más jellegűek a számolóautomaták számítási hibái, ugyanis ezek már egészen új berendezésnél is jelentkezhetnek, mégpedig teljesen rendszertelenül. A számológépek megtervezésének egyik igen lényeges része az ellenőrzés gondos kidolgozása. A szóbakerülő ellenőrzési módszereket a következőképpen csoportosíthatjuk:

1. Megelőző ellenőrzés.
2. Számítással párhuzamos ellenőrzés.
3. Utólagos próbák.

ad 1. A megelőző ellenőrzés elsősorban a karbantartó-személyzet részére nyújt segítséget az esetleges hibák pontos felderítésére; matematikai szempontból nem tekinthető kielégítőnek, mivel átmeneti hibák a számítás végeredményét elronthatják, annak ellenére, hogy az a hiba a megelőző vizsgálatnál nem jelentkezett.

ad 2. A számítással párhuzamos ellenőrzés alapelve, hogy a gép a számítást minden részletművelet végrehajtása után ellenőrzi, s csak akkor folytatja, ha a részeredményt helyesnek találta. Legbiztosabb — de egyben legköltségesebb — megoldás két számológép párhuzamos működtetése, melyek minden részeredményt összeegyeztetnek[3]; de igen eredményesen alkalmazhatók a numerikus számításoknál népszerű ú. n. „kilences próbák" is.[4])

ad 3. Utólagos próbák alkalmazása igen egyszerű és olcsó ellenőrzési módszer például egyenletek megoldásánál, ahol a kiszámított gyököknek az egyenletbe történő behelyettesítése segítségével azonnal felfedezhetők az esetleges számítási hibák. Elvileg ebbe a csoportba sorolhatók az összes *fokozatos megközelítésen alapuló* ú. n. önjavító számítások (*iteráció, Newton-féle megközelítés, interpoláció* stb.), ahol a számítás mindenegyes lépése az előző lépések ellenőrzésére is szolgál.

[3] A két párhuzamosan működő gép nem jelent kétszeres költséget, hiszen a gép árának túlnyomó részét kitevő tárolóegységeket, valamint a bonyolult vezérlőberendezést nem kell duplázni, csak a szorosabb értelemben vett számolóegységeket.

[4] A 9-es próba alkalmazását példa kapcsán mutatjuk be. Ellenőrizendő a következő összeadás ;

$$\begin{array}{r} 3812 + \\ \underline{5344} \\ 9156 \end{array}$$

Képezzük a számjegyek összegét az első összeadandóban :

$3 + 8 + 1 + 2 = 14$, majd a másodikban :

$5 + 3 + 4 + 4 = 16$, végül az összegben :

$9 + 1 + 5 + 6 = 21$. Az első két összegből levonva az utolsót 9-el maradék nélkül osztható számot kell nyernünk : $16 + 14 — 21 = 9$, tehát az összeadás helyes.

Szorzásnál hasonló az eljárás :

$$\begin{array}{rl} \underline{2518 \cdot 34} & 2 + 5 + 1 + 8 = 16 \\ \underline{7554} & 3 + 4 = 7 \\ \underline{10072} & 8 + 5 + 6 + 1 + 2 = 22 \\ 85612 & \end{array}$$

A két első szorzatából levonva a harmadikat: $16 \times 7 — 22 = 90$; 9-el osztható. Tehát a szorzás helyes.

Utóbbi ellenőrzés könnyebben végezhető, ha 16 helyett $1 + 6 = 7$ és 22 helyett $2 + 2 = 4$ értékkel számolunk. Akkor az ellenőrző számolás így alakul : $7 \times 7 — 4 = 45$, tehát 9-el osztható.

8. A számolóautomaták szerkezeti felépítése

A számolóautomaták meglehetősen nagy terjedelmű berendezések; a tulajdonképpeni számítóegységeket, valamint a vezérlő- és tárolóegységeket gépteremben szerelik fel, s leginkább egy 200—400 vonalas távbeszélő központra emlékeztetnek. Ebbe a helységbe — mely a tekintélyes sebességgel mozgó alkatrészek miatt meglehetősen zajos — a számítást végző személyeknek nem kell belépniök, a gép megindítása és irányítása akár a távolabbi helyiségben elhelyezett és szorosabb értelemben vett számolóautomatához kábelekkel csatlakozó kezelőasztalról történhet.

A 11. és 12. ábrán bemutatjuk egy elektromechanikus számolóautomata előlnézetét, melyen az egyes részletfeladatokat végző egységek jól elkülöníthetők :

A — Numerikus adatok beállítására szolgáló forgó kapcsolók.
B — Tárolóegységek a részeredmények rögzítésére.
C — Szorosabb értelemben vett számolóegységek.
D — Szalagletapogatók a kezdeti adatok részére.
E — A programszalag letapogatója.
F — Villamos hajtású írógép a végeredmény közlésére.
G — Szalaglyukasztók a közbenső eredmények maradandó feljegyzésére.

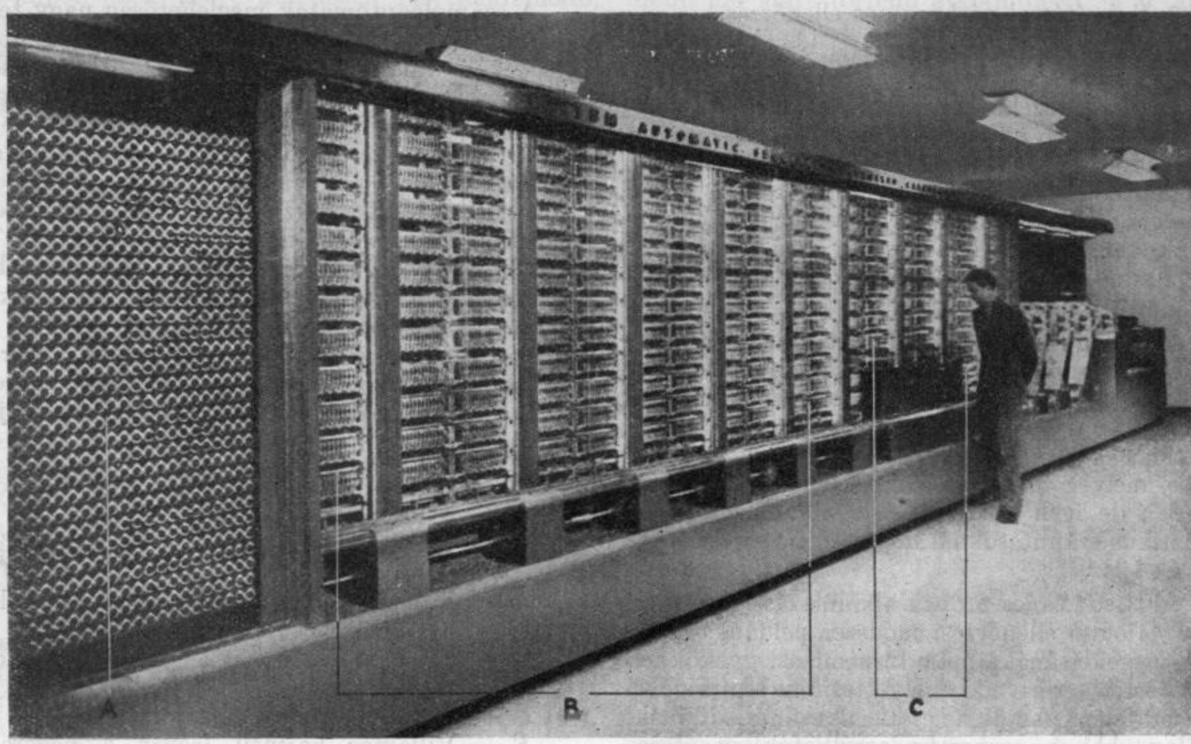
Mivel a számítások előkészítése aránylag hosszú időt kíván, egyetlen számolóautomata esetleg több előkészítő matematikus és szalaglyukasztó munkáját is fel tudja dolgozni.

Az erősáramú gépterem, ahonnan a számolóautomata áramellátása történik, csupán egyenirányító egységet tartalmaz; a távbeszélőközpontokban nélkülözhetetlen akkumulátor-telep itt felesleges, hiszen az esetleges hálózati áramkimaradás a kezelőszemélyzet munkáját amúgyis megbénítja. Az egyenirányított áram lüktetése szintén nem okoz zavart, mivel a távbeszélőtechnikában használatos alkatrészek erre nem kényesek, a tökéletesen „sima" egyenáramra ott csupán a beszélgetések zavartalanságának biztosítása érdekében van szükség.

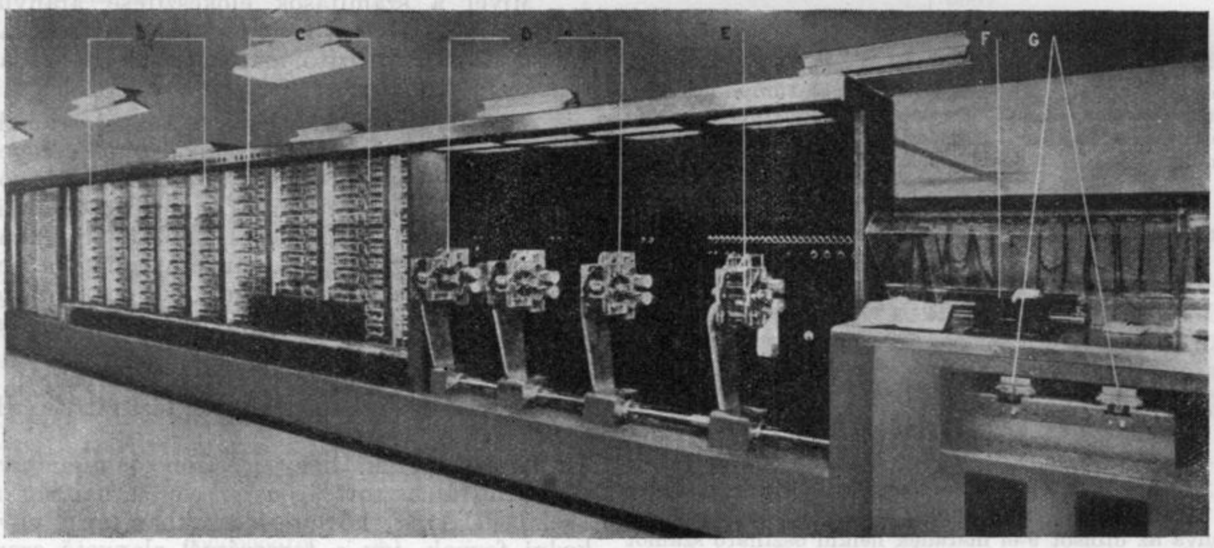
Megjegyezzük, hogy a számolóautomatával szemben támasztott igények előreláthatólag az üzembehelyezést követő időszakban még növekedni fognak, így a tervezésnél alapvető szempontként kell kitűzni a berendezés bővíthetőségét.

*

A számolóautomaták szerkezetének részletes ismertetése meghaladná jelen tanulmány kereteit, melynek célja csupán az, hogy tájékoztatást adjon arról, milyen segítséget tud nyújtani a numerikus számításokkal küzdő embernek hű segítőtársa: a gép. Reméljük, hogy mikép a legnehezebb fizikai munkákat egyre inkább gépekkel végeztetjük, úgy a gép a szellemi munkában is növekvő mértékben lesz segítségére az egyre szebb és nehezebb feladatok megoldására hivatott embernek.



11. ábra.



12. ábra.

Elektromechanikus számolóautomata elölnézeti képei.

A — Numerikus adatok beállítására szolgáló forgó kapcsolók; *B* — tárolóegységek a részeredmények rögzítésére; *C* — szorosabb értelemben vett számolóegységek; *D* — szalagletapogatók a kezdeti adatok részére; *E* — a programszalag letapogatója; *F* — villamos hajtású írógép a végeredmény közlésére; *G* — szalaglyukasztók a közbenső eredmények maradandó feljegyzésére.